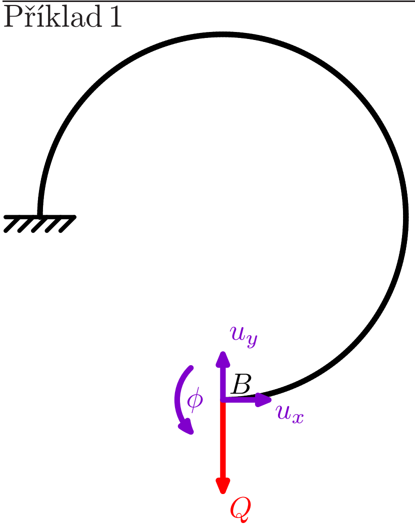
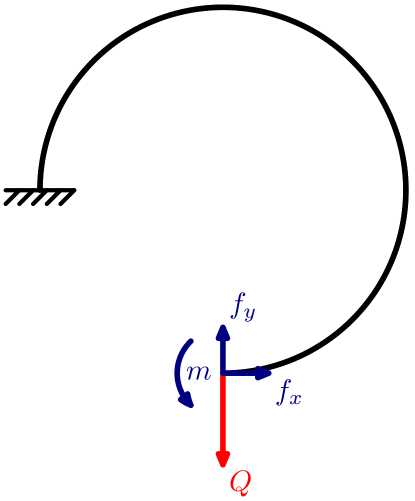
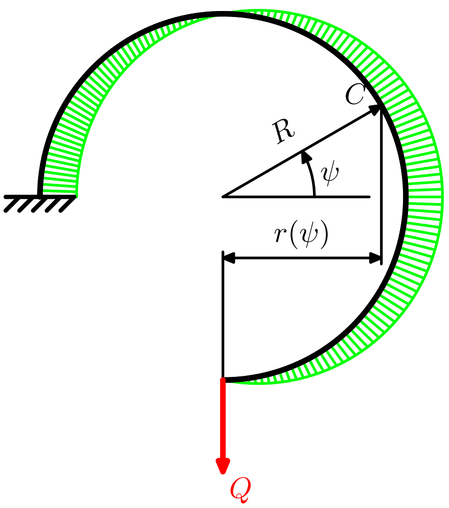
Příklad 1



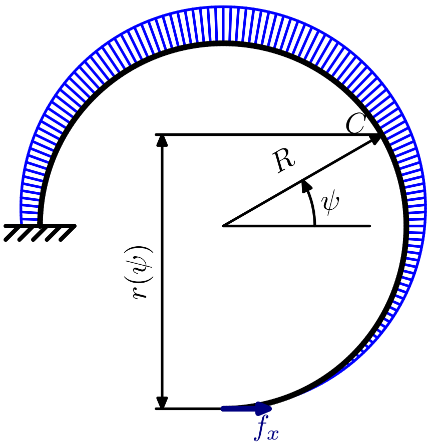
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.



Pro výpočet posunutí použijeme Mohrův integrál. Ve směru počítaných posunutí zavedeme jednotkové síly. Ve směru posunutí u_x jednotkovou sílu f_x a ve směru u_y jednotkovou sílu f_y. Pro výpočet natočení ϕ v rovině xy zavedeme jednotkový moment$m$. Do Mohrova inegrálu musíme zadat průběh momentu od síly Q krát průběh momentu od síly f_x pro výpočet posunutí ve směru u_x, resp. průběh momentu od síly f_y pro výpočet posunutí ve směru u_y. Pro výpočet natočení ϕ zadáváme průběh momentu od síly Q krát průběh momentu od jednotkového momentu m.



Vypočítáme průběh ohybového momentu od síly Q.
Moment v bodu C, který je dán úhlem ψ se vypočítá jako součin síly Q a ramene $r(\psi) = R\cos(\psi)$
$M_Q(\psi) = Q\, r(\psi) = QR\cos(\psi)$
Úhel ψ nabývá hodnot od $-\frac{\pi}{2}$ do π.



Vypočítáme průběh ohybového momentu od jednotkové síly f_x. Moment v bodu C, který je dán úhlem ψ se vypočítá jako součin síly f_x a ramene $r(\psi) = R(1 + \sin(\psi))$

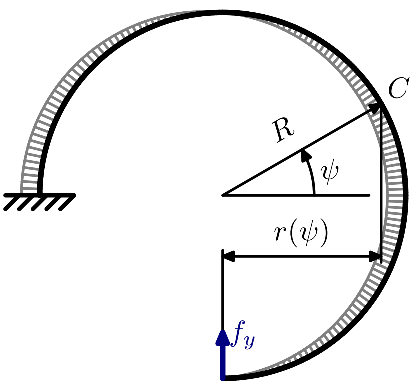
$M_{f_x}(\psi) = f_x r(\psi) = f_x R(1 + \sin(\psi))$

Vypočítáme posunutí u_x

$$u_x = \frac{1}{EI}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} M_Q(\psi)M_{f_x}(\psi)R\mathrm{d}\psi =$$

$$= \frac{1}{EI}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} QR\cos(\psi)f_x R(1+\sin(\psi))R\mathrm{d}\psi =$$

$$= \frac{QR^3}{EI}\left[\frac{1}{2}\sin(\psi)^2 + \sin(\psi)\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{QR^3}{2EI}$$



Vypočítáme průběh ohybového momentu od jednotkové síly f_y. Moment v bodu C, který je dán úhlem ψ se vypočítá jako součin síly f_y a ramene $r(\psi) = R\cos(\psi)$

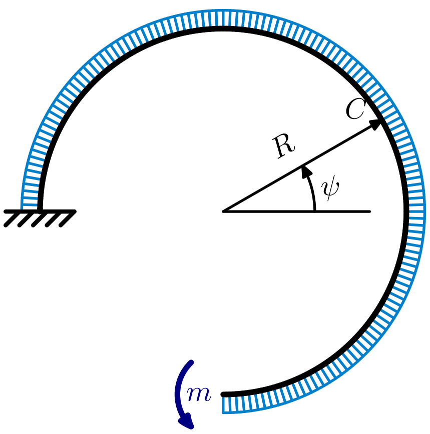
$M_{f_y}(\psi) = -f_y r(\psi) = -f_y R\cos(\psi)$

Vypočítáme posunutí u_y

$$u_y = \frac{1}{EI}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} M_Q(\psi)M_{f_y}(\psi)R\mathrm{d}\psi =$$

$$= \frac{1}{EI}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} QR\cos(\psi)(-f_y R\cos(\psi))R\mathrm{d}\psi =$$

$$= -\frac{QR^3}{EI}\left[\frac{1}{2}\cos(\psi)\sin(\psi) + \frac{1}{2}\psi\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} = -\frac{3\pi QR^3}{4EI}$$



Vypočítáme průběh ohybového momentu od jednotkového momentu m. Tento moment moment je ve všech bodech stejný.

$M_m(\psi) = m$

Vypočítáme natočení ϕ

$$\phi = \frac{1}{EI}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} M_Q(\psi)M_m(\psi)R\mathrm{d}\psi =$$

$$= \frac{1}{EI}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} QR\cos(\psi)mR\mathrm{d}\psi =$$

$$= \frac{QR^2}{EI}\left[\sin(\psi)\right]_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} = \frac{QR^2}{EI}$$

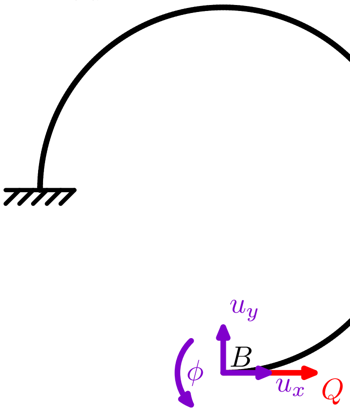
Pro ocelovou ($E = 21000\,\mathrm{MPa}$) tyč průměru $d = 10\,\mathrm{mm}$ zatíženou silou $Q = 200\,\mathrm{N}$ získáme maximální ohybové napětí $\sigma_o = 101.86\,\mathrm{MPa}$

$u_x = 0.485\,\mathrm{mm}$

$u_y = 2.286\,\mathrm{mm}$

$\phi = 0.0097\,\mathrm{rad}$

Příklad 2



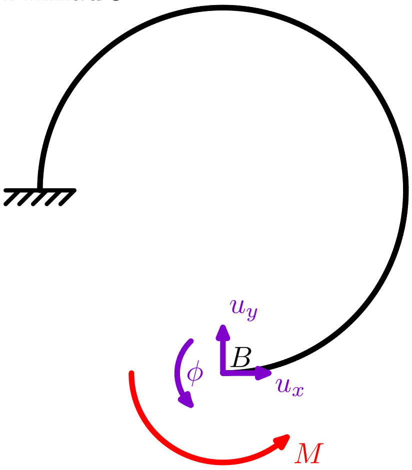
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(9\pi + 8)QR^3}{4EI}$$

$$u_y = -\frac{QR^3}{2EI}$$

$$\phi = \frac{(3\pi + 2)QR^2}{2EI}$$

Příklad 3



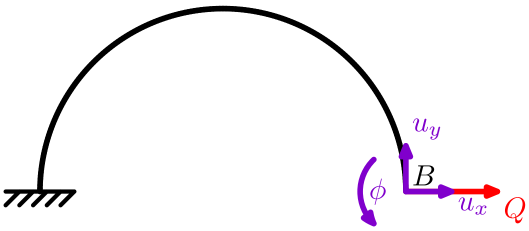
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen momentem M. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(3\pi + 2)QR^3}{2EI}$$

$$u_y = -\frac{QR^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{3\pi QR^2}{2EI}$$

Příklad 4



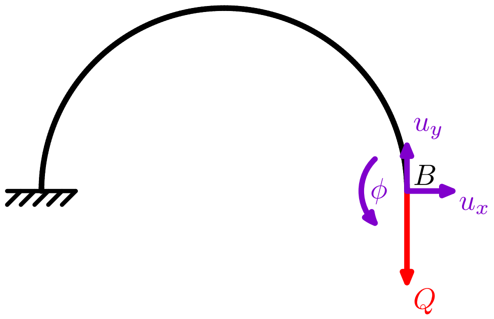
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{\pi QR^3}{2EI}$$

$$u_y = \frac{2QR^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{2QR^2}{EI}$$

Příklad 5



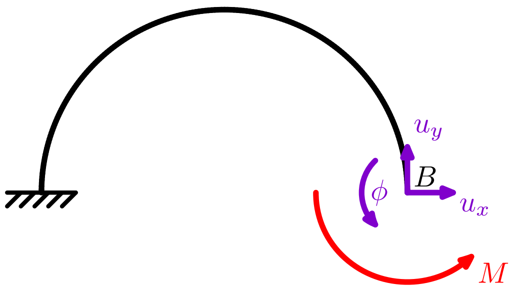
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = -\frac{2QR^3}{EI}$$

$$u_y = -\frac{3\pi QR^3}{2EI}$$

$$\phi = -\frac{\pi QR^2}{EI}$$

Příklad 6



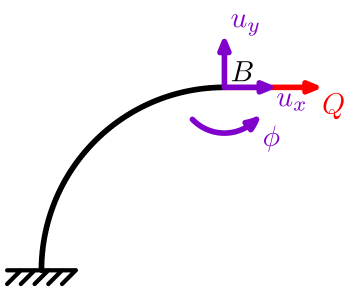
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen momentem M. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{2QR^3}{EI}$$

$$u_y = \frac{\pi QR^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{\pi QR^2}{EI}$$

Příklad 7



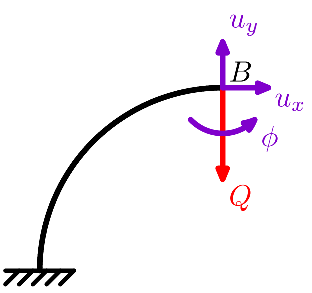
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(3\pi - 8)QR^3}{4EI}$$

$$u_y = -\frac{QR^3}{2EI}$$

$$\phi = -\frac{(\pi - 2)QR^2}{2EI}$$

Příklad 8



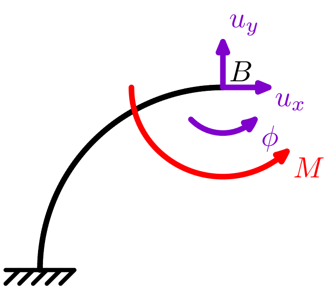
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{QR^3}{2EI}$$

$$u_y = -\frac{\pi QR^3}{4EI}$$

$$\phi = -\frac{QR^2}{EI}$$

Příklad 9



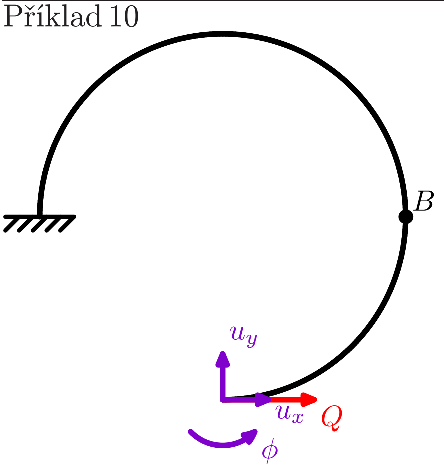
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen momentem M. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(2-\pi)QR^3}{2EI}$$

$$u_y = \frac{QR^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{\pi QR^2}{2EI}$$

Příklad 10



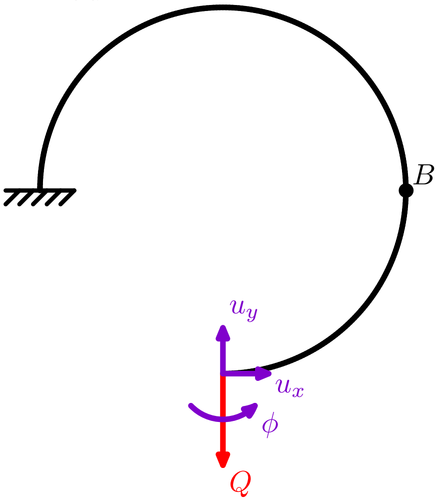
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(\pi+4)QR^3}{2EI}$$

$$u_y = \frac{(\pi+2)QR^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{(\pi+2)QR^2}{EI}$$

Příklad 11



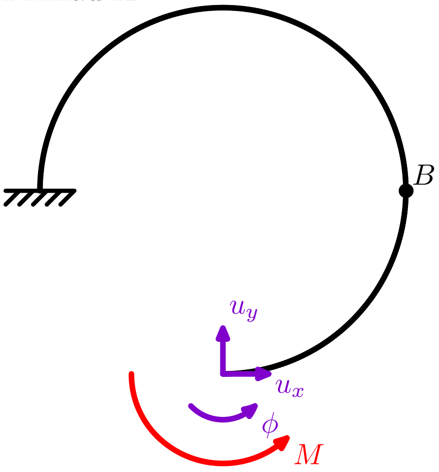
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = 0$$

$$u_y = -\frac{\pi Q R^3}{2EI}$$

$$\phi = 0$$

Příklad 12



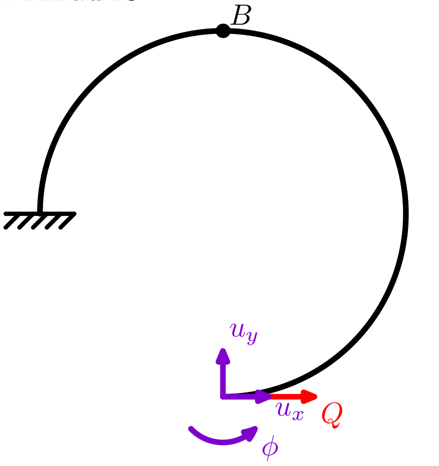
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen momentem M. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{2QR^3}{EI}$$

$$u_y = \frac{\pi Q R^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{\pi Q R^2}{EI}$$

Příklad 13



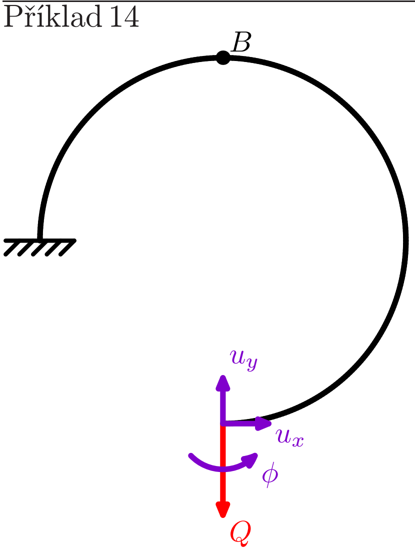
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = -\frac{\pi Q R^3}{4EI}$$

$$u_y = \frac{3QR^3}{2EI}$$

$$\phi = \frac{(2+\pi) Q R^2}{2EI}$$

Příklad 14



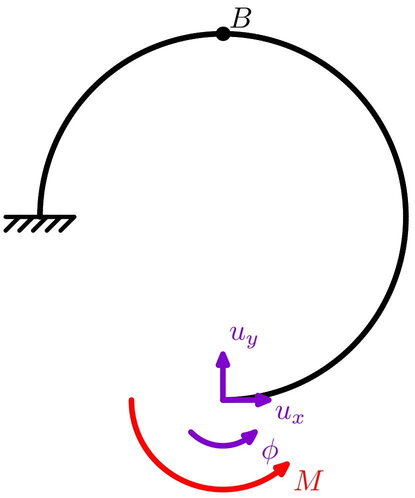
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{QR^3}{2EI}$$

$$u_y = -\frac{\pi QR^3}{4EI}$$

$$\phi = -\frac{QR^2}{EI}$$

Příklad 15



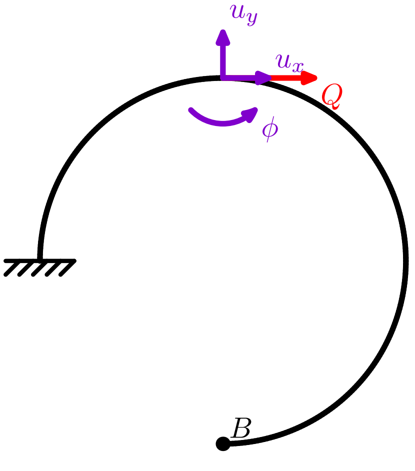
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen momentem M. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(2-\pi)QR^3}{2EI}$$

$$u_y = \frac{QR^3}{EI}$$

$$\phi = \frac{\pi QR^2}{2EI}$$

Příklad 16



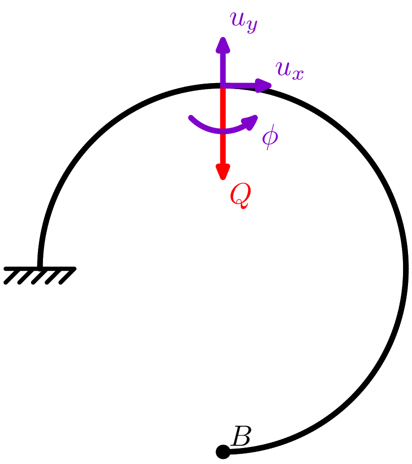
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = -\frac{\pi QR^3}{4EI}$$

$$u_y = -\frac{QR^3}{2EI}$$

$$\phi = \frac{(2-\pi)QR^2}{2EI}$$

Příklad 17



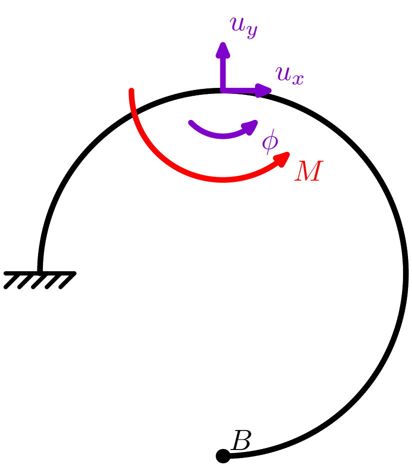
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = -\frac{3QR^3}{2EI}$$

$$u_y = -\frac{\pi QR^3}{4EI}$$

$$\phi = -\frac{QR^2}{EI}$$

Příklad 18



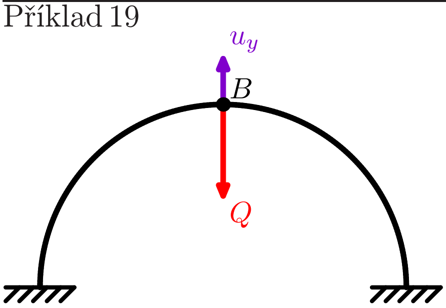
Zakřivený vetknutý nosník je zatížen momentem M. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a natočení ϕ v rovině xy.

$$u_x = \frac{(2+\pi)QR^3}{2EI}$$

$$u_y = \frac{QR^3}{EI}$$

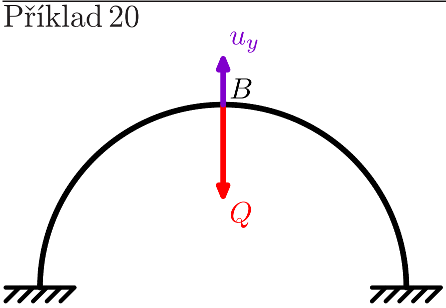
$$\phi = \frac{\pi QR^2}{2EI}$$

Příklad 19



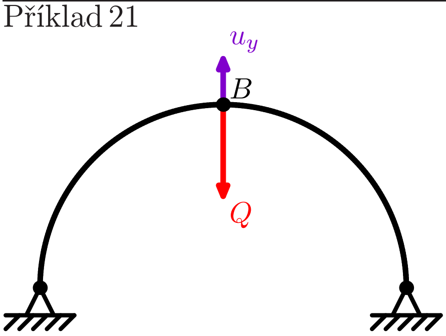
Dva zakřivené a vetknuté nosníky jsou spojeny kloubem v bodu B a v něm zatíženy silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_y ve směru osy y a průběh napětí v nosnících.

Příklad 20



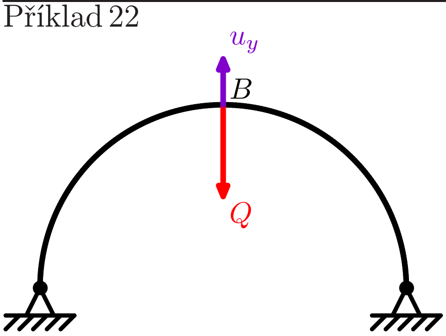
Zakřivený a na obou koncích vetknutý nosník je zatížen v bodu B silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_y ve směru osy y a průběh napětí v nosníku.

Příklad 21



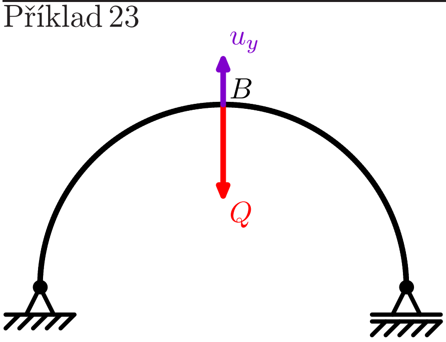
Dva zakřivené a rotačně uložené nosníky jsou spojeny kloubem v bodu B a v něm zatíženy silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_y ve směru osy y a průběh napětí v nosnících.

Příklad 22



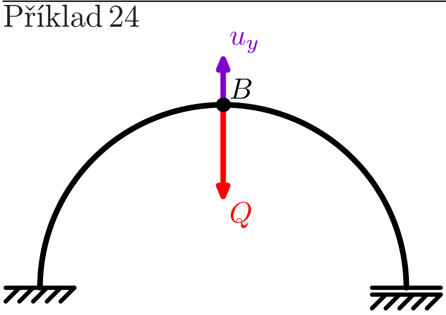
Zakřivený a na obou koncích rotačně uložený nosník je zatížen v bodu B silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_y ve směru osy y a průběh napětí v nosníku.

Příklad 23



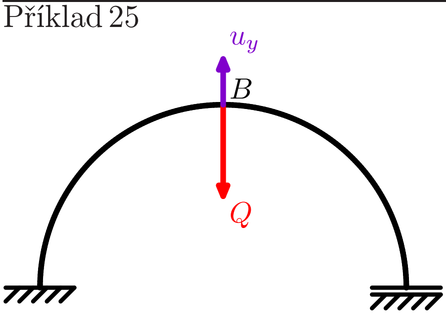
Zakřivený, na jednom konci rotačně uložený a na druhém obecně podepřený, nosník je zatížen v bodu B silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a průběh napětí v nosníku.

Příklad 24



Dva zakřivené nosníky, z nichž jeden je vetknutý a druhý posuvně uložený, jsou spojeny kloubem v bodu B a v něm zatíženy silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a průběh napětí v nosnících.

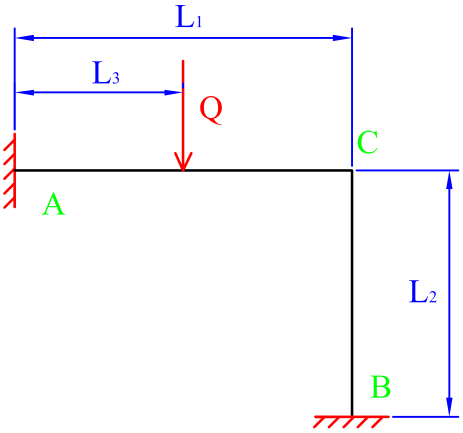
Příklad 25



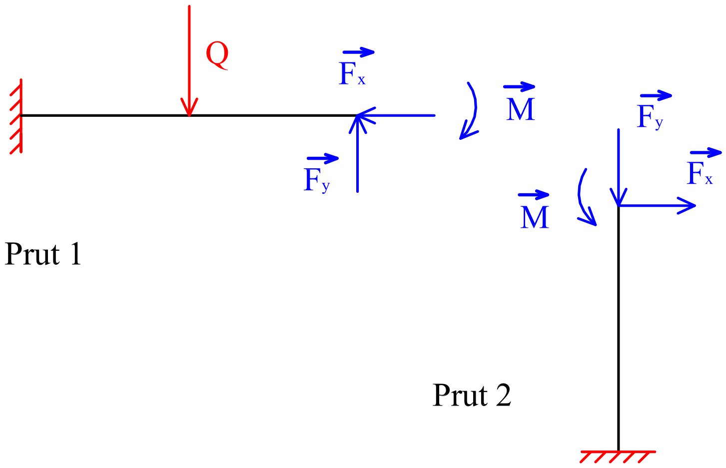
Zakřivený, na jednom konci vetknutý a na druhém posuvně uložený, nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí bodu B u_x a u_y ve směru osy x a y a průběh napětí v nosníku.

Příklad 26

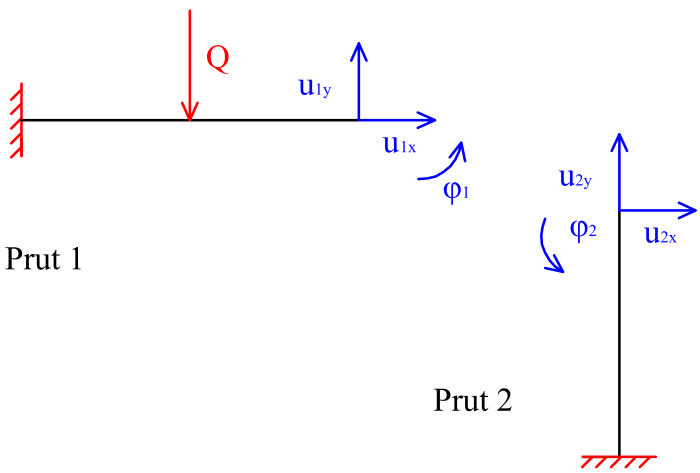
Vypočítejte napětí v zahnutém prutu zatíženém silou Q. Oba konce prutu jsou vetknuté.



Provedeme uvolnění prutů v bodě C a zavedeme síly F_x a F_y a moment M.



Pro posunutí u_x a u_y a natočení φ v bodě C platí, že musí být na obou prutech stejné.



$$u_{1x} = u_{2x}$$
$$u_{1y} = u_{2y}$$
$$\varphi_1 = \varphi_2$$

Výpočet posunutí u_x a u_y a natočení φ v bodě C prutu 1 od zatížení silami Q, F_x a F_y a momentem M.

$$u_{1x} = -\frac{F_x L_1}{S_1 E_1}$$

$$u_{1y} = \frac{1}{E_1 I_1}\left[\frac{-QL_3^3}{3} - \frac{QL_3^2(L_1 - L_3)}{2} + \frac{F_y L_1^3}{3} - \frac{ML_1^2}{2}\right]$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{E_1 I_1}\left[-\frac{QL_3^2}{2} + \frac{F_y L_1^2}{2} - ML_1\right]$$

Výpočet posunutí u_x a u_y a natočení φ v bodě C prutu 2 od zatížení silami F_x a F_y a momentem M.

$$u_{2x} = \frac{1}{E_2 I_2}\left[\frac{F_x L_2^3}{3} - \frac{M L_2^2}{2}\right]$$

$$u_{2y} = -\frac{F_y L_2}{S_2 E_2}$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{E_2 I_2}\left[-\frac{F_x L_2^2}{2} + M L_2\right]$$

Posunutí a natočení na obou prutech položíme do rovnosti

$$u_{1x} = u_{2x}$$

$$u_{1y} = u_{2y}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

a získáme tak 3 rovnice o třech neznámých. Z těchto rovnic vypočítáme neznámé F_x, F_y a M.

Pruty jsou namáhány ohybem a tahem (tlakem). Celkové napětí bude
Maximální napětí v místě A bude

$$\sigma = \frac{\mid F_y L_1 - Q L_3 - M \mid}{W_{01}} + \frac{\mid F_x \mid}{S_1}$$

Maximální napětí v místě působení síly Q

$$\sigma = \frac{\mid F_y (L_1 - L_3) - M \mid}{W_{01}} + \frac{\mid F_x \mid}{S_1}$$

Maximální napětí v místě B bude

$$\sigma = \frac{\mid F_x L_2 - M \mid}{W_{02}} + \frac{\mid F_y \mid}{S_2}$$

Maximální napětí v prutu 1 v místě C

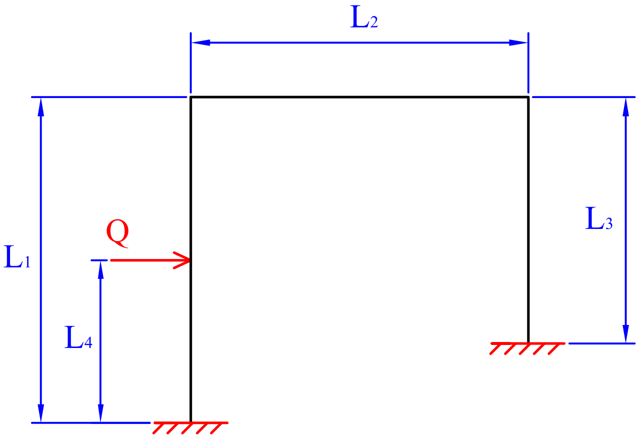
$$\sigma = \frac{\mid M \mid}{W_{01}} + \frac{\mid F_x \mid}{S_1}$$

Maximální napětí v prutu 2 v místě C

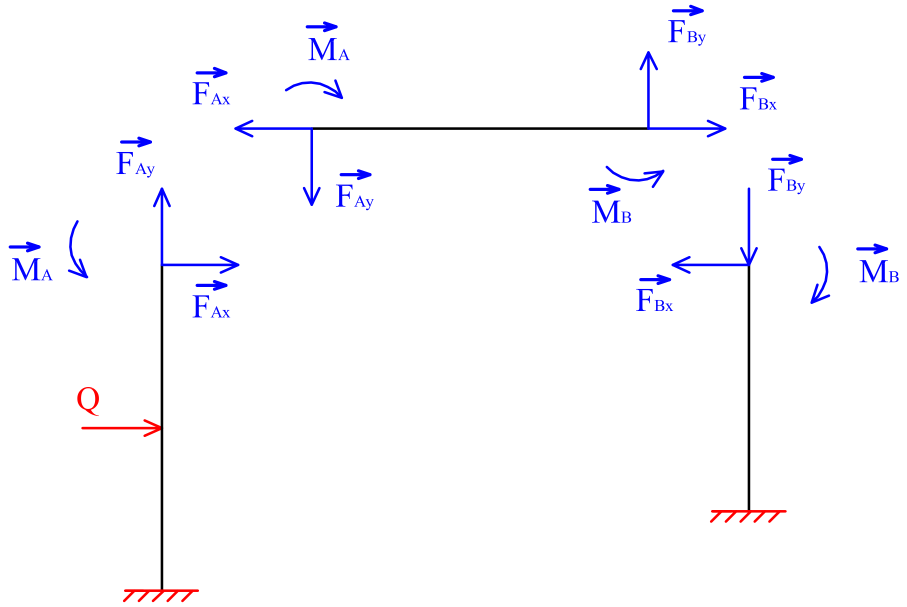
$$\sigma = \frac{\mid M \mid}{W_{02}} + \frac{\mid F_y \mid}{S_2}$$

Příklad 27

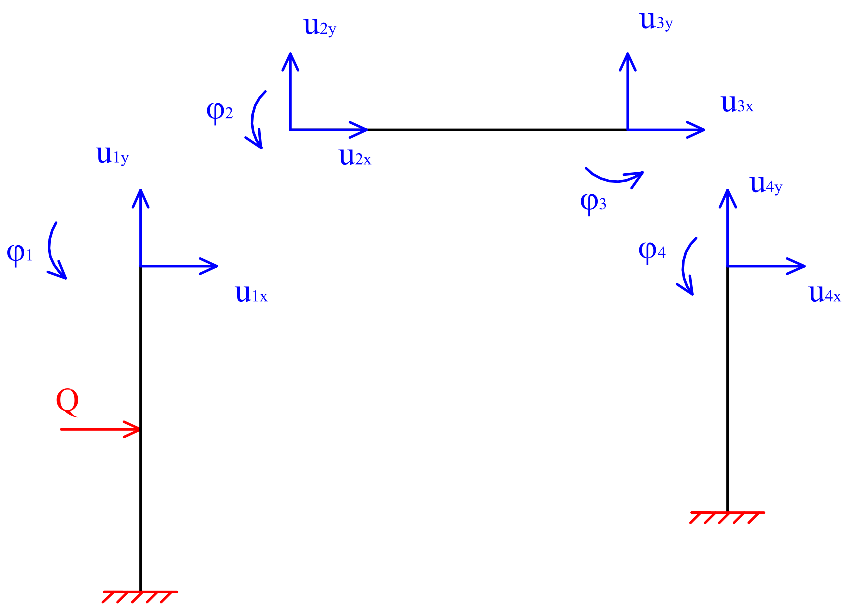
Vypočítejte napětí v zahnutém prutu zatíženém silou Q. Oba konce prutu jsou vetknuté.



Provedeme uvolnění prutů v bodech A a B a zavedeme síly F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Bx} a F_{By} a momenty M_A a M_B.



Pro posunutí u_{Ax} a u_{Ay} a natočení φ_A v bodě A, resp. posunutí u_{Bx} a u_{By} a natočení φ_B v bodě B, platí, že musí být na obou prutech stejné.



Sestavíme 6 rovnic pro rovnost posunutí a natočení

$$u_{1x} = u_{2x}$$

$$u_{1y} = u_{2y}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$u_{3x} = u_{4x}$$

$$u_{3y} = u_{4y}$$

$$\varphi_3 = \varphi_4$$

Vypočítáme posunutí a natočení

$$u_{1x} = \frac{1}{E_1 I_1}\left(\frac{QL_4^3}{3} + \frac{QL_4^2(L_1 - L_4)}{2} + \frac{F_{Ax}L_1^3}{3} - \frac{M_A L_1^2}{2}\right)$$

$$u_{1y} = \frac{F_{AY}L_1}{E_1 S_1}$$

$$\varphi_1 = \frac{1}{E_1 I_1}\left(-\frac{QL_4^2}{2} - \frac{F_{Ax}L_1^2}{2} + M_A L_1\right)$$

$$u_{2x} = u_{1x}$$

$$u_{2y} = u_{1y}$$

$$\varphi_2 = \varphi_1$$

$$u_{3x} = u_{2x} + \frac{F_{Bx}L_2}{E_2 S_2}$$

$$u_{3y} = u_{2y} + \varphi_2 L_2 + \frac{1}{E_2 I_2}\left(\frac{F_{By}L_2^3}{3} + \frac{M_B L_2^2}{2}\right)$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 + \frac{1}{E_2 I_2}\left(\frac{F_{By}L_2^2}{2} + M_B L_2\right)$$

$$u_{4x} = \frac{1}{E_3 I_3}\left(-\frac{F_{Bx}L_3^3}{3} + \frac{M_B L_3^2}{2}\right)$$

$$u_{4y} = -\frac{F_{By}L_3}{E_3 S_3}$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{E_3 I_3}\left(\frac{F_{Bx}L_3^2}{2} - M_B L_3\right)$$

Na druhém prutu platí tři podmínky rovnováhy

$$-F_{Ax} + F_{Bx} = 0 \Longrightarrow F_{Bx} = F_{Ax}$$

$$-F_{Ay} + F_{By} = 0 \Longrightarrow F_{By} = F_{Ay}$$

$$M_B - M_A + F_{Ay}L_2 = 0 \Longrightarrow M_B = M_A - F_{Ay}L_2$$

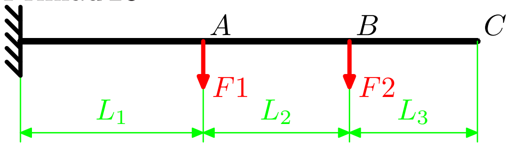
Dosazením získáme tři rovnice o třech neznámých F_{Ax}, F_{Ay} a M_A

$$\frac{1}{E_1 I_1}\left(\frac{QL_4^3}{3} + \frac{QL_4^2(L_1 - L_4)}{2} + \frac{F_{Ax}L_1^3}{3} - \frac{M_A L_1^2}{2}\right) + \frac{F_{Ax}L_2}{E_2 S_2} = \frac{1}{E_3 I_3}\left(-\frac{F_{Ax}L_3^3}{3} + \frac{(M_A - F_{Ay}L_2)\,L_3^2}{2}\right)$$

$$\frac{F_{AY}L_1}{E_1 S_1} + \varphi_2 L_2 + \frac{1}{E_2 I_2}\left(\frac{F_{Ay}L_2^3}{3} + \frac{(M_A - F_{Ay}L_2)\,L_2^2}{2}\right) = -\frac{F_{Ay}L_3}{E_3 S_3}$$

$$\frac{1}{E_1 I_1}\left(-\frac{QL_4^2}{2} - \frac{F_{Ax}L_1^2}{2} + M_A L_1\right) + \frac{1}{E_2 I_2}\left(\frac{F_{Ay}L_2^2}{2} + (M_A - F_{Ay}L_2)\,L_2\right) =$$
$$= \frac{1}{E_3 I_3}\left(\frac{F_{Ax}L_3^2}{2} - (M_A - F_{Ay}L_2)\,L_3\right)$$

Příklad 28



Vetknutý nosník je zatížen silami F_1 a F_2. Vypočítejte posunutí a natočení bodů A, B a C.

Výpočet posunutí:

Pro výpočet posunutí použijeme Mohrův integrál. V místech, kde počítáme posunutí zavedeme jednotkové síly f_A, f_B a f_C ve směru počítaného posunutí. Vetknutý nosník rozdělíme na tři části $(0, L_1)$, $(L_1, L_1 + L_2)$, $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$. Vypočítáme průběhy ohybových momentů od zatěžujících sil F_1 a F_2 a od jednotkových sil f_A, f_B a f_C.

Posunutí bodu A vypočítáme jako integrál na části $(0, L_1)$ ze součinu ohybového momentu od zatěžujících sil F_1 a F_2 a ohybového momentu od jednotkové síly f_A.

$$u_A = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -(F_2(L_1 - x) + F_1(L_1 + L_2 - x)) \cdot f_A(L_1 - x)\,\mathrm{d}x$$

Na částech $(L_1, L_1 + L_2)$, $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$ je moment od jednotkové síly f_A roven nule.

Posunutí bodu B vypočítáme jako integrál na částech $(0, L_1)$ a $(L_1, L_1 + L_2)$ ze součinu ohybového momentu od zatěžujících sil F_1 a F_2 a ohybového momentu od jednotkové síly f_B.

$$u_B = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -(F_2(L_1 - x) + F_1(L_1 + L_2 - x)) \cdot f_B(L_1 + L_2 - x)\,\mathrm{d}x +$$

$$+\frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_2} -F_1(L_1 + L_2 - x) \cdot f_B(L_1 + L_2 - x)\,\mathrm{d}x$$

Na části $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$ je moment od jednotkové síly f_B roven nule.

Posunutí bodu B vypočítáme jako integrál na části $(0, L_1)$, $(L_1, L_1 + L_2)$ a $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$ ze součinu ohybového momentu od zatěžujících sil F_1 a F_2 a ohybového momentu od jednotkové síly f_C.

$$u_C = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -(F_2(L_1 - x) + F_1(L_1 + L_2 - x)) \cdot f_C(L_1 + L_2 + L_3 - x)\,\mathrm{d}x +$$

$$+\frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_2} -F_1(L_1 + L_2 - x) \cdot f_C(L_1 + L_+ L_3 - x)\,\mathrm{d}x +$$

$$+\frac{1}{EI}\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} 0 \cdot f_C(L_1 + L_2 + L_3 - x)\,\mathrm{d}x$$

Výpočet natočení:

Pro výpočet natočení použijeme Mohrův integrál. V místech, kde počítáme natočení zavedeme jednotkové momenty m_A, m_B a m_C ve směru počítaného natočení. Vetknutý nosník rozdělíme na tři části $(0, L_1)$, $(L_1, L_1 + L_2)$, $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$. Vypočítáme průběhy ohybových momentů od zatěžujících sil F_1 a F_2 a od jednotkových momentů m_A, m_B a m_C.

Natočení bodu A vypočítáme jako integrál na části $(0, L_1)$ ze součinu ohybového momentu od zatěžujících sil F_1 a F_2 a jednotkového momentu m_A.

$$u_A = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -(F_2(L_1 - x) + F_1(L_1 + L_2 - x)) \cdot m_A \,\mathrm{d}x$$

Na částech $(L_1, L_1 + L_2)$, $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$ je moment od jednotkového momentu m_A roven nule.

Natočení bodu B vypočítáme jako integrál na částech $(0, L_1)$ a $(L_1, L_1 + L_2)$ ze součinu ohybového momentu od zatěžujících sil F_1 a F_2 a jednotkového momentu m_B.

$$u_B = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -(F_2(L_1 - x) + F_1(L_1 + L_2 - x)) \cdot m_B \,\mathrm{d}x +$$

$$+\frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_2} -F_1(L_1 + L_2 - x) \cdot m_B \,\mathrm{d}x$$

Na části $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$ je moment od jednotkového momentu m_B roven nule.

Natočení bodu B vypočítáme jako integrál na části $(0, L_1)$, $(L_1, L_1 + L_2)$ a $(L_1 + L_2, L_1 + L_2 + L_3)$ ze součinu ohybového momentu od zatěžujících sil F_1 a F_2 a jednotkového momentu m_C.

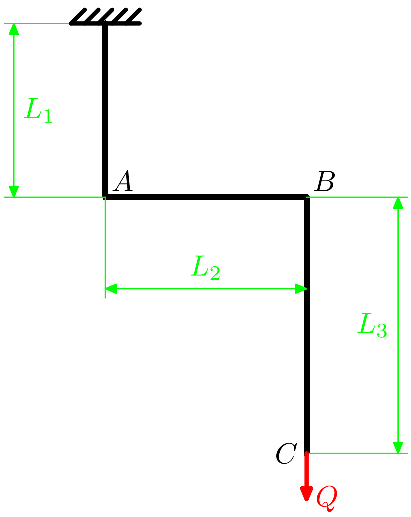
$$u_C = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -(F_2(L_1 - x) + F_1(L_1 + L_2 - x)) \cdot m_C \,\mathrm{d}x +$$

$$+\frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_2} -F_1(L_1 + L_2 - x) \cdot m_C \,\mathrm{d}x +$$

$$+\frac{1}{EI}\int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} 0 \cdot m_C \,\mathrm{d}x$$

$$u_A = \frac{2F_2L_1^3}{6EI}$$

Příklad 29



Vetknutý nosník je zatížen silou Q. Vypočítejte posunutí ve směru osy x a y a natočení v rovině xy bodů B a C.

Do míst, kde budeme počítat posunutí, resp. natočení, zavedeme jednotkové síly, resp. jednotkové momenty. Vypočítáme průběh ohybových momentů od zatížení silou Q a od jednotkových sil, resp. momentů.

Nosník rozdělíme na tři části:
z počátku $(0,0)$ do bodu A $(0,-L_1)$
z bodu A $(0,-L_1)$ do bodu B $(L_2,-L_1)$
z bodu B $(L_2,-L_1)$ do bodu C $(L_2,-L_1-L_3)$

$$u_{Bx} = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -Q\cdot L_2\cdot(L_1-y)\,\mathrm{d}y + \frac{1}{EI}\int_0^{L_2} Q\cdot(-L_2+x)\cdot 0\,\mathrm{d}x$$

$$u_{By} = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -Q\cdot L_2\cdot L_2\,\mathrm{d}y + \frac{1}{EI}\int_0^{L_2} Q\cdot(-L_2+x)\cdot(L_2-x)\,\mathrm{d}x$$

$$\varphi_B = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -Q\cdot L_2\cdot 1\,\mathrm{d}y + \frac{1}{EI}\int_0^{L_2} Q\cdot(-L_2+x)\cdot 1\,\mathrm{d}x$$

$$u_{Cx} = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -Q\cdot L_2\cdot(L_1+L_3-y)\,\mathrm{d}y + \frac{1}{EI}\int_0^{L_2} Q\cdot(-L_2+x)\cdot L_3\,\mathrm{d}x + \frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_3} Q\cdot 0\cdot(L_1+L_3-y)\,\mathrm{d}y$$

$$u_{Cy} = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -Q\cdot L_2\cdot L_2\,\mathrm{d}y + \frac{1}{EI}\int_0^{L_2} Q\cdot(-L_2+x)\cdot(L_2-x)\,\mathrm{d}x + \frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_3} Q\cdot 0\cdot 0\,\mathrm{d}y$$

$$\varphi_C = \frac{1}{EI}\int_0^{L_1} -Q\cdot L_2\cdot 1\,\mathrm{d}y + \frac{1}{EI}\int_0^{L_2} Q\cdot(-L_2+x)\cdot 1\,\mathrm{d}x + \frac{1}{EI}\int_{L_1}^{L_1+L_3} Q\cdot 0\cdot 1\,\mathrm{d}y$$