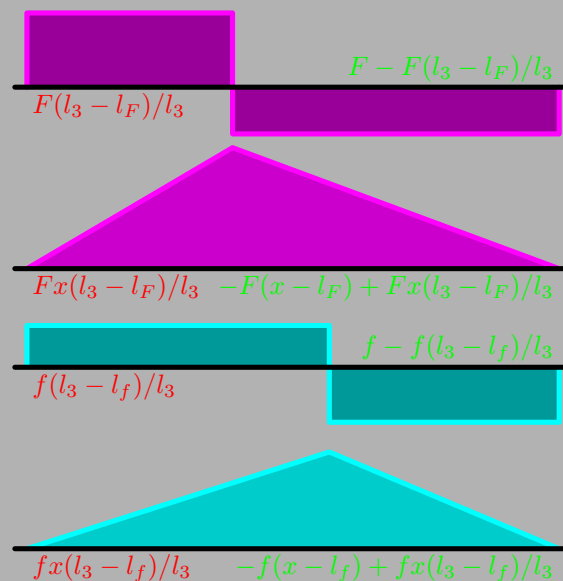
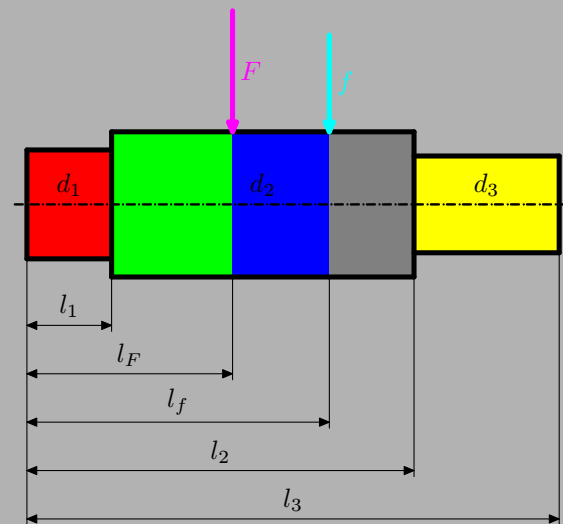


## Mohrovy integrály

Výpočet průhybu



Průběh posuvové síly od zatížení silou  $F$

$$F(l_3 - l_F)/l_3 \quad x < l_F$$

$$F - F(l_3 - l_F)/l_3 \quad x > l_F$$

Průběh ohybového momentu od zatížení silou  $F$

$$Fx(l_3 - l_F)/l_3 \quad x < l_F$$

$$-F(x - l_F) + Fx(l_3 - l_F)/l_3 \quad x > l_F$$

Průběh posuvové síly od zatížení silou  $f$

$$f(l_3 - l_f)/l_3 \quad x < l_f$$

$$f - f(l_3 - l_f)/l_3 \quad x > l_f$$

Průběh ohybového momentu od zatížení silou  $f$

$$fx(l_3 - l_f)/l_3 \quad x < l_f$$

$$-f(x - l_f) + fx(l_3 - l_f)/l_3 \quad x > l_f$$

$$u(x = l_f) = \frac{\partial U}{\partial f} = \sum_i \frac{1}{2EI_i} \frac{\partial}{\partial f} \int_{l_{i-1}}^{l_i} (M_F(x) + M_f(x))^2 dx$$

$$u(x = l_f) = \sum_i \frac{1}{2EI_i} \frac{\partial}{\partial f} \int_{l_{i-1}}^{l_i} (M_F^2(x) + 2M_F(x)M_f(x) + M_f^2(x)) dx$$

$$\frac{1}{2EI_i} \frac{\partial}{\partial f} (M_F^2(x) + 2M_F(x)M_f(x) + M_f^2(x)) =$$

$$\frac{1}{2EI_i} \left( 0 + 0 + 2M_F(x) \frac{\partial}{\partial f} M_f(x) + 2M_f(x) \frac{\partial}{\partial f} M_f(x) \right)$$

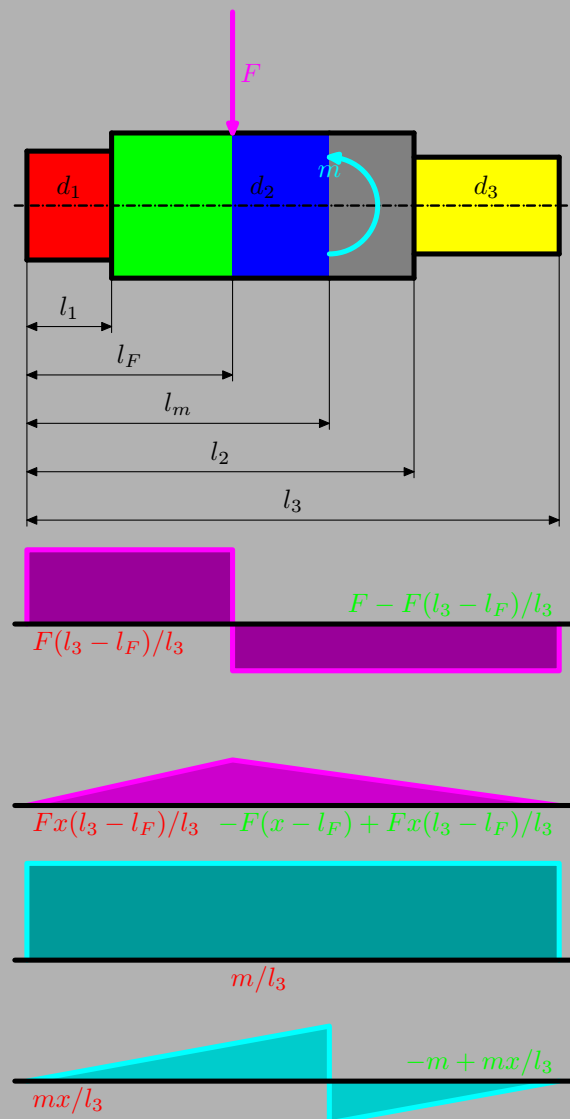
dosadíme  $f = 0$

$$\frac{1}{2EI_i} \left( 2M_F(x) \frac{\partial}{\partial f} M_f(x) \right) = \frac{M_F(x) \frac{\partial}{\partial f} M_f(x)}{EI_i}$$

$$u(x = l_f) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EI_1} \int_0^{l_1} \left[ \left( Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( x \frac{l_3 - l_f}{l_3} \right) \right] dx + \frac{1}{EI_2} \int_{l_1}^{l_F} \left[ \left( Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( x \frac{l_3 - l_f}{l_3} \right) \right] dx \\ & + \frac{1}{EI_2} \int_{l_F}^{l_f} \left[ \left( -F(x - l_F) + Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( x \frac{l_3 - l_f}{l_3} \right) \right] dx \\ & + \frac{1}{EI_2} \int_{l_f}^{l_2} \left[ \left( -F(x - l_F) + Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( -(x - l_f) + x \frac{l_3 - l_f}{l_3} \right) \right] dx \\ & + \frac{1}{EI_3} \int_{l_2}^{l_3} \left[ \left( -F(x - l_F) + Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( -(x - l_f) + x \frac{l_3 - l_f}{l_3} \right) \right] dx \end{aligned}$$

Výpočet natočení



Průběh posuvové síly od zatížení silou  $F$

$$F(l_3 - l_F)/l_3 \quad x < l_F$$

$$F - F(l_3 - l_F)/l_3 \quad x > l_F$$

Průběh ohybového momentu od zatížení silou  $F$

$$Fx(l_3 - l_F)/l_3 \quad x < l_F$$

$$-F(x - l_F) + Fx(l_3 - l_F)/l_3 \quad x > l_F$$

Průběh posuvové síly od zatížení momentem  $m$

$$m/l_3$$

Průběh ohybového momentu od zatížení momentem  $m$

$$mx/l_3 \quad x < l_f$$

$$-m + mx/l_3 \quad x > l_f$$

$$\varphi(x = l_m) = \frac{\partial U}{\partial m} = \sum_i \frac{1}{2EI_i} \frac{\partial}{\partial m} \int_{l_{i-1}}^{l_i} (M_F(x) + M_m(x))^2 dx$$

$$\varphi(x = l_m) = \sum_i \frac{1}{2EI_i} \frac{\partial}{\partial m} \int_{l_{i-1}}^{l_i} (M_F^2(x) + 2M_F(x)M_m(x) + M_m^2(x)) dx$$

$$\frac{1}{2EI_i} \frac{\partial}{\partial m} (M_F^2(x) + 2M_F(x)M_m(x) + M_m^2(x)) =$$

$$\frac{1}{2EI_i} \left( 0 + 0 + 2M_F(x) \frac{\partial}{\partial m} M_m(x) + 2M_m(x) \frac{\partial}{\partial m} M_m(x) \right)$$

dosadíme  $m = 0$

$$\frac{1}{2EI_i} \left( 2M_F(x) \frac{\partial}{\partial m} M_m(x) \right) = \frac{M_F(x) \frac{\partial}{\partial m} M_m(x)}{EI_i}$$

$$\varphi(x = l_m) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{EI_1} \int_0^{l_1} \left[ \left( Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( \frac{x}{l_3} \right) \right] dx + \frac{1}{EI_2} \int_{l_1}^{l_F} \left[ \left( Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( \frac{x}{l_3} \right) \right] dx \\ & + \frac{1}{EI_2} \int_{l_F}^{l_m} \left[ \left( -F(x - l_F) + Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( \frac{x}{l_3} \right) \right] dx \\ & + \frac{1}{EI_2} \int_{l_m}^{l_2} \left[ \left( -F(x - l_F) + Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( 1 - \frac{x}{l_3} \right) \right] dx \\ & + \frac{1}{EI_3} \int_{l_2}^{l_3} \left[ \left( -F(x - l_F) + Fx \frac{l_3 - l_F}{l_3} \right) \left( 1 - \frac{x}{l_3} \right) \right] dx \end{aligned}$$